Barycentre

Br-Rachid www.sc-math.e-monsite.com

Sujet 1:

Soient A et B et C trois points deux à deux distincts.

Les points H et K sont définie par : $\overrightarrow{AH}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ et $4\overrightarrow{AK}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

1. Exprimer H comme barycentre de A et C puis construire H
2. Exprimer K comme barycentre de A et B et C puis construire K
3. Montrer que les points B et H et K sont alignés

Sujet 2:

Soient A et B et C trois points deux à deux distincts et I et J tels que : $\overrightarrow{CI}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{AJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AI}$

1. Montrer que J est barycentre du système $\{(B,1),(C,2),(A,1)\}$
2. Soit H le milieu de $[AB]$

   a) Montrer que la droite (CJ) coupe la droite (AB) en H.

   b) Montrer que J est le milieu de $[CH]$

Sujet 3:

Soient A et B et C trois points deux à deux non confondus

Soient H le barycentre de $(A,2)$ et $(B,1)$ et K celui de $(B,2)$ et $(C,3)$

Soit T le barycentre de $\{(A,4),(B,2),(C,3)\}$

Montrer que les droites (AK) et (CH) se coupent au point T

Sujet 4:

Soient A et B et C trois points deux à deux non confondus et soit K le milieu de $[AB]$.

Soient I et J définis par : $\overrightarrow{BI}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AJ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

Montrer que les droites (AI) et (BJ) et (CK) passent toutes en un même point à déterminer

Sujet 5:

Soit (A,1) et (B,3) deux points distincts et pondérés et G leur barycentre

On considère l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=(4x)\overrightarrow{AB}$ avec $x\in\mathbb{R}$

1. Déterminer le point M dans le cas $x=1$
2. Déterminer la nature géométrique de (Γ) lorsque x varie dans $\mathbb{R}$
3. Déterminer la nature géométrique de (Γ) sachant que $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont orthogonaux

Sujet 6:

Soient A et B et C trois points deux à deux non confondus

Déterminer le lieu géométrique des points M dans chacun des cas suivants :

- $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$
- $\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$
- $\left\|\frac{1}{4}\overrightarrow{MA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{MB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{MC}\right\|\leq\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right\|$

Sujet 7 :

ABC est un triangle et $k\in IR^{*}$. G_k est le barycentre des points (A,k) et $(B,2)$ et $(C,-2)$

1- Montrer que : $\overrightarrow{AG_k}=\frac{2}{k}\overrightarrow{CB}$

2- Montrer que le quadrilatère (AG_2BC) est un parallélogramme

3- Déterminer l'ensemble des points G_k lorsque k varit dans $[2,+\infty[$

Sujet 8 :

Soient (C) le cercle de diamètre $[AB]$ et M un point de (C).

Soit H le barycentre de $(A,1)$ et $(B,2)$ et $(M,3)$

Déterminer le lieu géométrique des points H lorsque le point M décrit le cercle (C)

Sujet 9 :

Partie A :

Soient $g(x)=\frac{x^2+3}{x^2+1}$ définie sur $[-1,1]$

Ecrire g sous forme d'un composé et donner son tableau des variations sur $[-1,1]$

Partie B :

Soient des points A et B et C et D tels que : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{DE}$

Soit G_m le barycentre de $(A,-2)$ et (B,m^2+3)

1- Déterminer G_1 et G_{-1}

2- Déterminer l'ensemble des points G_m lorsque m décrit l'intervalle $[-1,1]$

Sujet 10 :

Soit ABC est un triangle et $m\in IR-\{1\}$.

Soit G_m est le barycentre des points $(A,2m-11)$ et $(B,4m-10)$ et $(C,6m+9)$

H et K sont respectivement les barycentres des systèmes $\{(A,2),(B,4),(C,6)\}$ et $\{(A,-11),(B,-10),(C,9)\}$

1. Montrer que : $m\left(2\overrightarrow{G_mA}+4\overrightarrow{G_mB}+6\overrightarrow{G_mB}\right)=11\overrightarrow{G_mA}+10\overrightarrow{G_mB}-9\overrightarrow{G_mB}$

2. Déterminer l'ensemble des points G_m lorsque $m \in IR - \{1\}$

Sujet 11:

Partie A :

Soient $f(x) = \dfrac{-x}{x^2+1}$ définie sur $[-1,1]$.

Donner le tableau des variations de f sur $[-1,1]$.

Partie B :

Soient les points non alignés A et B et C et $k \in [-1,1]$.

Soit G_k le barycentre de $(C,-k)$ et (B,k) et (A,k^2+1)

Soit I le milieu de $[BC]$

3- Déterminer G_1 et G_{-1}

4- Montrer que : $\overrightarrow{AG_k} = \dfrac{-k}{k^2+1}\overrightarrow{BC}$ $(\forall k \in [-1,1])$

5- Déterminer l'ensemble des points G_k lorsque k décrit l'intervalle $[-1,1]$