Sujet :

I. **Soit** $a\in\mathbb{C}^*$ **. On considère** (E) **l'équation dans** $\mathbb{C}$ **:** $iz^2+(2-i)az-(1+i)a^2=0$

1. **Déterminer** z_1 **et** z_1 **les deux solutions de** (E)

2. **a) Vérifier que :** $z_1 z_2=a^2(i-1)$

   b) Montrer que : $z_1 z_2\in\mathbb{R} \Leftrightarrow arg(a)=\frac{-3\pi}{8}\ [\frac{\pi}{2}]$

II. **Soit** z **un nombres complexes non nuls et** $c\in\mathbb{R}^*$ **. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé directe** (O,u,v) **, on considère les points** A **et** B **et** C **et** D **et** M **d'affixes respectifs** 1 **et** $1+i$ **et** c **et** ic **et** z

1. **a) Montrer que : (** A **et** D **et** M **alignés)** $\Leftrightarrow((ic+1)z+(ic-1)\bar{z}=2ic)$

   b) Montrer que : $((AD)\perp(OM)) \Leftrightarrow((ic+1)z-(ic-1)\bar{z}=0)$

2. **Soit** H **d'affixe** h **la projection orthogonale du point** O **sur la droite** (AD)

   a) Montrer que : $h-(1+i)=\frac{i}{c}(h-c)$

   b) En déduire que $(BH)\perp(CH)$

Sujet :

I. **Soit** $m\in\mathbb{C}^*$ **. On considère** (E_m) **l'équation d'inconnue** z **dans** $\mathbb{C}$ **:**

$$z^2+[(1-i)m-4]z-im^2-2(1-i)m+4=0$$

1. **Vérifier que** $z_1=-m+2$ **est solution de** (E_m)

2. **Soit** z_2 **la deuxième solution de** (E_m)

   a) Montrer que : $z_1 z_2=1\Leftrightarrow i m^2+2(1-i)m-3=0$

   b) Calculer les deux valeurs de m **pour lesquelles on a** $z_1 z_2=1$

II. **Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé directe** (O,u,v) **, on considère :**

- **L'application** S **qui au point** M_z **associe le point** $M'_{z'}$ **avec** $z'-1=-(z-1)$
- **La rotation** R **de centre** $\Omega_{(1+i)}$ **et d'angle** $\frac{\pi}{2}$ **. On pose** z'' **l'affixe de** $M''=R(M)$

1. **a) Montrer que** S **est la symétrie centrale de centre le point** I **d'affixe** 1

   b) Montrer que $z''=iz+2$

2. **Soit** A_2 **. On suppose** $M\neq O$

   a) Calculer $\frac{z''-2}{z'-2}$ **et déduire la nature du triangle** $AM'M''$

   b) Déterminer tous les points M **tels que** A **,** Ω **,** M' **et** M'' **sont cocycliques**

Sujet :

Dans C**, soit** $\star$ **la LCI définie par :** $\forall(a+ib)\in C \ , \ \forall(x+iy)\in C \quad (a+ib)*(x+iy)=ax+(ay+bx)i$

1. **Montrer que la loi** $\star$ **est commutative et associative**
2. **a- Montrer que** $\star$ **admet un élément neutre à déterminer**

   b- Soit $z\in i\,IR^{\star}$ **montrer que** z **n'a pas de symétrique pour** $\star$
3. **Soit** $G=\{z\in\mathbb{C}. \quad R_e(z)\neq 0\}$**. Montrer que** $(G,\star)$ **est un groupe commutatif**
4. **Soit** $F=\{x+ixLn|x|. \quad x\in IR^{\star}\}$**.**

   a) Montrer que F **est une partie stable dans** $(G,\star)$

   b) Montrer que $(F,\star)$ **est un sous groupe de** $(G,\star)$
5. **Soit :** $f:IR^{\star}\to G$ **définie par :** $f(x)=x+ixLn|x|$

   Définir une LCI T **sur** $IR^{\star}$ **pour que** f **soit un morphisme de** $(IR^{\star},T)$ **vers** $(F,\star)$
6. **Soit** $n\in\mathbb{N}^{\star}$ **. Donner la forme algébrique du composé n**^{ieme} **:**

   $(x+ixLn|x|)\star(x+ixLn|x|)\star.......\star(x+ixLn|x|) \quad n$ **fois**