Sujet :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé directe $(O,\vec{u},\vec{v})$

1. **Résoudre dans** $\mathbb{C}$ **l'équation :** $(E):\ 4z^2-7-i=10iz$
2. **On note** a **et** b **les solutions de** (E) **avec** $R_e(a)<0$ **.** A **et** B **sont les points d'affixes respectifs** a **et** b
   a) **Vérifier que** $\frac{b}{a}=1-i$
   b) **En déduire que le triangle** AOB **est rectangle et isocèle en** A
3. **Soit** C **un point du plan complexe différent de** A **et d'affixe** c
   Soit D **l'image de** B **par la rotation de centre** C **et d'angle** $\frac{\pi}{2}$
   Soit L **l'image de** D **par la translation de vecteur** $\overrightarrow{AO}$
   a) **Déterminer en fonction de** c **l'affixe** d **du point** D
   b) **Déterminer en fonction de** c **l'affixe** l **du point** L
   c) **Déterminer la forme algébrique du nombre complexe** $\frac{l-c}{a-c}$
   d) **En déduire la nature du triangle** ACL

Sujet :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé directe $(O,\vec{u},\vec{v})$

On considère dans $\mathbb{C}$ **l'équation :** $(E):\ z^2-4\left(1+\frac{2}{3}i\right)z+\frac{5}{3}+4i=0$

On donne $z_1=1+\frac{2}{3}i$ **une solution de** (E) **et pose** z_2 **l'autre solution de** (E)

1. a) **Calculer** z_1+z_2 **et déduire que** $z_2=3+2i$
   b) **En déduire que** $z_2=3z_1$
2. a) **Donner sous forme de** $\arctan\theta$ **l'argument principal de** z_1
   b) **Montrer que** z_1 **et** z_2 **ont le même argument principal**
   c) **Déduire la forme trigonométrique du nombre complexe** $\frac{5}{3}+4i$

Sujet :

A **et** B **et** Ω **sont trois points du plan complexe d'affixes respectifs** a **et** b **et** ω

Soit r **la rotation de centre** Ω **et d'angle** $\frac{\pi}{3}$

Soient P **d'affixe** p **et** Q **d'affixe** q **avec** $P=r(A)$ **et** $B=r(Q)$

1. a) **Montrer que** $p-\omega=e^{i\frac{\pi}{3}}(a-\omega)$ **et** $b-\omega=e^{i\frac{\pi}{3}}(q-\omega)$
   b) **Montrer que** $\frac{1-e^{i\frac{\pi}{3}}}{1-e^{-i\frac{\pi}{3}}}=e^{i\frac{4\pi}{3}}$
   c) **Montrer que** $\frac{p-a}{q-b}=\frac{\omega-a}{\omega-b}e^{i\frac{4\pi}{3}}$
2. **On suppose** $\frac{\omega-a}{\omega-b}=e^{i\frac{2\pi}{3}}$
   a) **Montrer que** $APQB$ **est un parallélogramme**
   b) **Montrer que** $Arg\left(\frac{b-a}{p-a}\right)\equiv\frac{\pi}{2}\ [2\pi]$
   c) **En déduire que** $APQB$ **est un rectangle**