ARRET - BILAN

Br-Rachid http://www.sc-math.e-monsite.com

Sujet :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé directe $(O,\vec{u},\vec{v})$

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : (E): $4z^2-7-i=10iz$
2. a et b sont les solutions de (E) avec $R_e(a)<0$. A et B sont les points d'affixes respectifs a et b

   Vérifier que $\frac{b}{a}=1-i$ .En déduire que le triangle AOB est rectangle et isocèle en A
3. Soit C un point du plan complexe différent de A et d'affixe c . Soit D l'image de B par la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et L l'image de D par la translation $t_{\overrightarrow{AO}}$

   a) Déterminer en fonction de c l'affixe d du point D et l'affixe l du point L

   c) Déterminer la forme algébrique du nombre $\frac{l-c}{a-c}$. Déduire la nature du triangle ACL

Sujet :

On considère la fonction définie par $g(t)=\frac{1}{\ln(t)}$. On pose $I=]0,1[$ et $J=]1,+\infty[$

Soit f définie pour tout $x>0$ par : $f(x)=\int_x^{x^2} g(t)dt$ et $f(0)=0$et $f(1)=\ln 2$

1. Déterminer le signe de f sur chacun des intervalles I et J
2. Montrer que f est dérivable sur I et sur J. Calculer sa dérivée et déduire ses variations
3. a) Encadrer convenablement $g(t)$ et montrer que : $\forall x\in I$. $\frac{x(x-1)}{2\ln(x)}\le f(x)\le\frac{x(x-1)}{\ln(x)}$

   b) Déduire que f est continue et est dérivable à droite en 0
4. Encadrer convenablement $g(t)$ sur J et déduire la branche infinie de C_f au voisinage de $+\infty$
5. a) Montrer que : $\forall x\in J$. $\int_x^{x^2}\frac{1}{tLn(t)}dt=\ln 2$

   b) Montrer que : $\forall x\in J$. $xLn2\le f(x)\le x^2\ln 2$ puis déduire que f est continue à droite en 1

   c) Montrer de la même manière que f est continue à gauche en 1
6. En utilisant TAF à f sur l'intervalle de bornes x et 1, montrer que f est dérivable en 1.
7. Poser le tableau des variations de f puis représenter graphiquement C_f dans un RON ,

Sujet :

On pose $j=e^{2i\frac{\pi}{3}}$

1. Montrer que $j^3=1$ et $j^2=\bar{j}$ et $1+j+j^2=0$. Calculer j^n $(n\in\mathbb{N})$
2. Montrer que EFG est équilatéral avec E et F et G d'affixes respectifs 1 et j et j^2
3. Soient A et B et C trois points d'affixes respectifs a et b et c
4. Montrer que ABC est équilatéral si et seulement si $a+bj+cj^2=0$
5. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^4+z^2+1=0$