Sujet :

Soit $f(x)=\arctan\left(\dfrac{2(1-x)}{1-(1-x)^2}\right)$

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (unité de mesure $2cm$ **)**

1- a) **Déterminer** D_f **le domaine de définition de** f

b) **Montrer que :** $\forall x\in D_f.\quad (2-x)\in D_f$ **puis calculer** $f(2-x)$

c) **Quelle conclusion en déduire ?**

2- a) **Calculer les limites de** f **en** 2 **et en** $+\infty$ **et interpréter les résultats obtenus**

b) **Déduire les limites de** f **en** 0 **et en** $-\infty$

3- **Montrer soigneusement que** f **est dérivable sur** D_f **et que** $f'(x)=\dfrac{-2}{1+(1-x)^2}$

4- a) **Montrer que** $A(1,0)$ **est un point d'inflexion de la courbe** ζ_f **de** f

b) **Représenter graphiquement** ζ_f

5- **Soit** g **la restriction de** f **à** $]0,2[$ **qui vérifie en plus** $g(0)=\dfrac{\pi}{2}$ **et** $g(2)=\dfrac{-\pi}{2}$

a) **Justifier que** g **admet des primitives sur** $[0,2]$

b) **Calculer la surface du domaine plan limité par les droites** $(y=0)$ **et** $(x=0)$ **et** $(x=2)$ **et** ζ_f

6- a) **Montrer que** g **est bijective de** $[0,2]$ **vers un intervalle** J **à déterminer**

b) **Donner l'expression de sa réciproque** $g^{-1}(x)$ **pour tout** $x\in J$

7- **Calculer le volume du solide de révolution obtenu par une rotation complète autour de** (Oy) **de la courbe de** g **sur** $[0,1]$

Sujet :

1- Montrer que :

a) $\lim\limits_{n\to+\infty}\sum\limits_{k=1}^{k=n}(-x)^{k-1}=\dfrac{1}{1+x}$ **pour tout** $x\in[0,1[$

b) $\lim\limits_{n\to+\infty}\int_0^1\dfrac{(-t)^n}{1+t}dt=0$

Considérons la suite : $S_n=\sum\limits_{k=1}^{k=n}\dfrac{(-1)^{k-1}}{k}$ **pour tout** $n\in\mathbb{N}^*$

2- a) **Calculer e** S_1 **t** S_2 **et e** S_3 **t** S_4

b) **Montrer que les suites** (S_{2n}) **et** (S_{2n+1}) **sont adjacentes**

3- **En observant que :** $\dfrac{1}{k}=\int_0^1 t^{k-1}dt$ **pour** $k\geq 1$ **, montrer que** $\lim S_n=\ln 2$

4- **Montrer que la limite commune des suites** (S_{2n}) **et** (S_{2n+1}) **est** $\ln 2$