

Sujet :

1. Représenter dans le plan complexes les points A et B et C et D d'affixes $a=1$ et $b=i$ et $c=3+i$ et $d=1+3i$
2. Montrer que (AB) et (CD) sont parallèles
3. Montrer qu'il existe une homothétie h qui transforme A en C et B en D . Préciser son rapport et son centre H
4. Montrer qu'il existe une rotation r qui transforme A en C et D en B . Préciser son angle et son centre R
5. Montrer que les points A et B et C et D sont cocycliques

Sujet :

On considère la suite des nombres complexes $z_n = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{4}\right)^n - \left(\frac{1-i\sqrt{3}}{4}\right)^n$ avec $n \in \mathbb{N}^*$

1. Calculer le module et l'argument principal de $\frac{1+i\sqrt{3}}{4}$. Déduire ceux de $\frac{1-i\sqrt{3}}{4}$
2. Montrer que z_n est un nombre complexe imaginaire pur
3. Montrer que $z_n = \frac{i}{2^{n-1}} \sin \frac{n\pi}{3}$ et calculer la limite de la suite $(|z_n|)$
4. Déduire la partie imaginaire de $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{4}\right)^n$

Sujet :

1. Soit $P(z) = \sum_{k=0}^{k=n} a_k z^k$ avec $z \in \mathbb{C}$ et $a_k \in \mathbb{R}$ pour tous $0 \leq k \leq n$
 - a) Montrer que : $P(z) = 0 \Leftrightarrow P(\bar{z}) = 0$
 - b) Montrer que si $n \equiv 1[2]$ alors $(\exists x \in \mathbb{R}, P(x) = 0)$
2. Soit $R(z) = 2z^4 - 5z^3 + 4z^2 - 5z + 2$
 - a) Calculer $R(2)$ et $R(i)$
 - b) Montrer que si v est racine de R alors $v \neq 0$ et $\frac{1}{v}$ est aussi racine de R .
 - c) Résoudre alors $R(z) = 0$
3. Soit $Q(z) = 5z^3 - 2z^2 - 2z + 5$.
 - a) Calculer $Q(-1)$
 - b) Montrer que si u est racine de Q alors $u \neq 0$ et $\frac{1}{u}$ est racine de Q .
 - c) Résoudre alors $Q(z) = 0$