TD DE MATHÉMATIQUES — 1SM-CYCLE SECONDAIRE QUALIFIANT

DL2 : Eléments de logique – Les ensembles - Barycentre - SI

Br-Rachid www.sc-math.e-monsite.com

Sujet :

Soit $n \in IN^{*}$. On pose : $S_n = 1\times 1! + 2\times 2! + \ldots\ldots\ldots\ldots + n\times n!$

1. Calculer S_1 et S_3
2. Montrer, par récurrence, que : $\forall n \in IN^{*}.\quad S_n = (n+1)! - 1$

Sujet :

Soit $n \in IN^{*}$. On pose : $w_n = \left(\frac{1}{1}\times\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right) + \ldots\ldots\ldots + \left(\frac{1}{(n)}\times\frac{1}{(n+1)}\right)$

1. Calculer w_2 et w_3
2. Montrer, par récurrence, que : $w_n = \frac{n}{n+1}$
3. a) Déterminer les nombres réels a et b tels que : $\frac{1}{(k-1)}\times\frac{1}{k} = \frac{a}{k-1} + \frac{b}{k}$

   b) Déduire, d'une autre méthode, le résultat de la question 2- : $w_n = \frac{n}{n+1}$

Sujet :

Soient A et B et C trois points deux à deux distincts et soit m un nombre réel différent de 1

Soit G_m est le barycentre des points $(A, 2m-11)$ et $(B, 4m-10)$ et $(C, 6m+9)$

1. Montrer que : $m\left(2\overrightarrow{G_m A} + 4\overrightarrow{G_m B} + 6\overrightarrow{G_m B}\right) = 11\overrightarrow{G_m A} + 10\overrightarrow{G_m B} - 9\overrightarrow{G_m B}$
2. Déterminer l'ensemble des points G_m lorsque $m \in IR - \{1\}$

Sujet :

Dans cet exercice, E est un ensemble non vide

Partie A

Soient A et B deux éléments de $P(E)$ tels que $A \subset B$. On considère dans $P(E)$ l'équation : $A \cup X = B \qquad (1)$

1. a) Montrer que si $A \cup X = B$ alors $X \subset B$

   b) Montrer que si $A \cup X = B$ alors $(B \cap C_E^A) \subset X$

   c) Déduire que : $(B \cap C_E^A) \subset X \subset B$

   d) Ecrire l'ensemble S des solutions de (1)
2. <u>Application</u> : On prend $E = \{a, 2, b, 3\}$ et $A = \{a\}$ et $B = \{a, 2, b\}$. Ecrire l'ensemble S dans ce cas

Partie B

Soient A et B deux éléments de $P(E)$ tels que $B \subset A$. On considère dans $P(E)$ l'équation : $A \cap X = B \qquad (2)$

1. Montrer que : $A \cap X = B \implies B \subset X \subset (B \cup \bar{A})$
2. Ecrire l'ensemble S des solutions de (2)