

DL N° 8

Br-Rachid <http://www.sc-math.e-monsite.com>

Sujet 1 :

Soit $n \geq 2$ un entier naturel.

Une urne U contient $(n+1)$ boules portant le numéro 1 et n boules portant le numéro 2

Une urne V contient $(n-1)$ boules portant le numéro 1 et $(n+1)$ boules portant le numéro 2.

On choisit au hasard une urne et on en tire 2 boules successivement sans remise.

On suppose que les urnes, d'une part, et les boules, d'autre part, ont les mêmes chances d'être choisies.

Soit X la variable aléatoire égale à la somme des numéros des boules tirées de l'urne

- 1- Calculer $p(X \neq 2)$ en fonction de n
- 2- Calculer n pour que $p(X=4) = 19/70$
- 3- Déterminer la loi de probabilité de X
- 4- Calculer en fonction de n les paramètres (Position et dispersion) de X

Sujet 2 :

Une urne U contient initialement une boule noire et une boule blanche. On choisit de l'urne, successivement avec remise, une boule. La probabilité d'obtenir la boule blanche est x ($0 < x < 1$). Ω désigne l'univers des possibilités associées à cette expérience

- 1- a) Quelle est la probabilité d'obtenir la boule noire lors d'un tirage
 b) Sachant que l'on a obtenu la boule blanche lors des 99 premiers tirages, quelle est la probabilité de l'obtenir encore lors du 100^{ème} tirage ?
- 2- Soit X le nombre de boules blanches obtenues avant de tirer la boule noire pour la première fois
 a) Donner l'ensemble $X(\Omega)$ des valeurs de X
 b) Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculer x_n avec $x_n = p(X=n)$
 c) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^{k=n} x_k$
- 3- a) Vérifier que : $\forall n \in \mathbb{N}. \forall x \in [0,1]. \sum_{k=0}^{k=n} kx^k = \frac{nx^{n+2} - (n+1)x^{n+1} + x}{(1-x)^2}$
 b) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} nx^n$
 c) Dédurre $E(X) = \frac{x}{1-x}$
- 4- Calculer $E(X^2)$ de façon analogue et déduire la variance de X
- 5- Exprimer et calculer en fonction de n et de x la fonction de répartition de X