Equations Differentielles

Exercice 1 :

1. Resoudre l'equation differentielle $y' - \sqrt{2}\,y = 0$
2. a- Resoudre l'equation differentielle $y' - \sqrt{2}\,y = 2$

   b- En deduire la solution f telle que $f(0) = -1$

Exercice 2 :

Soit g la solution de l'equation $(F): y'' - 2y' = 0$ telle que $g(0) = 0$ et $g'(0) = 1$

1. a- Montrer que (F) $\Leftrightarrow$ $y' - 2y = k$ avec $k \in \mathbb{R}$

   b- En déduire que g est solution de $y' - 2y = 1$
2. Deduire alors l'expression de $g(x)$

Exercice 3 :

1. Resoudre l'equation differentielle $y'' - y' - 2y = 0$
2. En déduire les solutions de l'equation $y'' - y' - 2y = 2$ **(E)**
3. Determiner la solution f telle que $f(0) = 0$ et $f'(0) = 1$

Exercice 4 :

1. Resoudre l'equation differentielle $y'' - 2y' + y = 0$
2. a- Resoudre l'equation differentielle $y'' - y' + y = 0$

   b- En déduire la solution f telle que ζ_f passe par $O_{(0,0)}$ et y admet une tangent parrallele a la droite $(D):\ y = x - 7$

Exercice 5 :

Soit f dérivable sur $\mathbb{R}$ tel que $xf'(x) = (2x+1)f(x) + 8x^2$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ et $f'(0) = 1$

1. Verifier que $f(0) = 0$
2. Montrer que $\dfrac{xf'(x) - f(x)}{x^2} = 2\dfrac{f(x)}{x} + 8$ pour tout $x \neq 0$

   On pose $g(x) = \dfrac{f(x)}{x}$ si $x \neq 0$ et $g(0) = 1$
3. Montrer que g est continue en 0
4. Montrer que g dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et que $g'(x) = 2g(x) + 8$
5. Déduire de ce qui precede l'expression de $f(x)$

Exercice 6 :

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'equation $z^2 - 6z + 12 = 0$
2. Déterminer la solution f de l'equation differentielle

   $y'' - 6y' + 12y = 0$ telle que $f(0) = 0$ et $f'(0) = \sqrt{3}$
3. Calculer $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2\sqrt{3}}} f(x)\,dx$