EVALUATION DIAGNOSTIQUE

Eval-Diag 1

Exercice 0 :

1. Ecrire la contraposée de l'énoncé (P) : (f strictement monotone sur E) $\Rightarrow$ (f injective sur E)

   ………

2. (P) est-il vrai ? ……………………………………………………………………………………………………

Exercice 1 :

1. Entourer la bonne relation : $|x+y| = |x|+|y|$ / $|x+y| \leq |x|+|y|$ / $|x+y| > |x|+|y|$
2. Comparer : $\big||x|-|y|\big|$………$|x-y|$
3. Ecrire autrement l'inégalité $|x-a| \leq r$: ……………………………………………………………………

Exercice 2 :

Soit $f(x) = \sqrt{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}$.

$f(1) =$……………………

$D_f =$……………………………………………………………………

Exercice 3 :

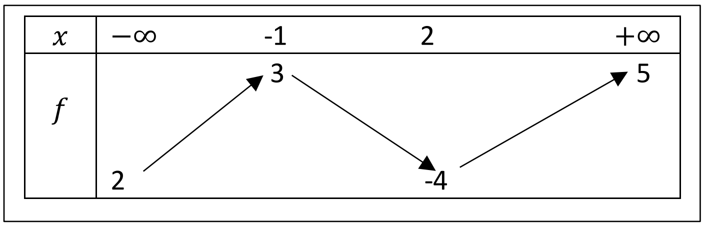
Compléter le tableau suivant :

	Fonction paire	Fonction impaire	Fonction périodique de période ?
$x \to \cos(x)$ définie sur IR			
$x \to \tan(x)$ définie sur IR			
$x \to \lvert x\rvert\sin(x)$ définie sur IR			
$x \to \mathrm{x} - \mathrm{E}(x)$ définie sur IR			

Exercice 4 :

Voici le tableau des variations d'une fonction f. Entourer la bonne réponse.

- f est bornée
- f a une valeur maximale absolue
- f a une valeur minimale absolue
- $card f^{-1}(\{3\}) = 1$



Exercice 5 :

- $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$ et $g(x) = 1 + \sin(x)$. On a $gof(x) =$……………………………………………………

- Ecrire $h(x) = \frac{x^2+1}{3-x^2}$ sous forme d'un composé : ……………………………………………………

Exercice 6 :

- Soit $f : I \to J$ une application avec I et J deux intervalles de IR. Compléter les assertions :
  - f injective $\Leftrightarrow$ ……………………………………………………………………………………
  - f surjective $\Leftrightarrow$ ……………………………………………………………………………………
  - f bijective $\Leftrightarrow$ ……………………………………………………………………………………
- La $f : x \to \sqrt{x^2+1}$ est bijective de IR^+ vers $[1, +\infty[$. Définir sa réciproque f^{-1}

  ……

Exercice 7 :

Soit $f(x) = \sin(4x) + \cos(4x)$

- ✓ Ecrire $f(x)$ en fonction de $\tan(2x)$: $f(x) =$……………………………………………………
- ✓ Déduire $f(x)$ en fonction de $\tan(x)$: $f(x) =$……………………………………………………

EVALUATION DIAGNOSTIQUE

Limites de fonctions & Branches infinies

Exercice 1 : Calculer les limites suivantes et faire apparaitre la méthode :

$\lim_{x\to 1} \frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1} =$ ....

$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}+1}{x^2-1} =$ ....

$\lim_{x\to -\infty} x^3 + \sqrt{2x^2+1} =$ ....

$\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{\sqrt{x+1}-2} =$ ....

$\lim_{x\to \frac{\pi}{3}} \frac{2\sin(x)-\sqrt{3}}{\tan(2x)+\sqrt{3}} =$ ....

$\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^{10}-1-10x}{x^2} =$ ....

$\lim_{x\to 0} \frac{E(x)}{\mathrm{x}} =$ ....

$\lim_{x\to -\infty} \frac{E(x)}{\mathrm{x}} =$ ....

$\lim_{x\to +\infty} x^2(1-\cos(\frac{1}{x}) =$ ....

Exercice 2 : Ecrire les définitions correspondantes en utilisant les quantificateurs appropriés :

$\lim_{x\to -1} f(x) = 2$	....
$\lim_{x\to 3} f(x) = +\infty$	....
$\lim_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$	....
$\lim_{x\to +\infty} f(x) = 4$	....

Exercice 3 : Interpréter graphiquement les résultats suivants :

$\lim_{x\to -\infty} f(x) = 2$	....
$\lim_{x\to 3} f(x) = +\infty$	....
$\lim_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x\to -\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$	....
$\lim_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$	....
$\lim_{x\to -\infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x\to -\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$ $\lim_{x\to -\infty} f(x) - 2x = 3$	....

Exercice 4 :

Si $\left(\forall x \geq 0.\ x - \frac{x^3}{6} \leq \sin(x) \leq x\right)$ alors $\lim_{x\to 0} \left(\frac{\sin(x)-x}{x^2}\right) =$ ....

EVALUATION DIAGNOSTIQUE

Dérivabilité

Exercice 1 : Compléter les assertions suivantes et interpréter algébriquement et géométriquement :

f est dérivable en 2 : ....

....

f est dérivable à droite en 2 : ....

....

....

f est dérivable à gauche en 2 :..

....

....

Exercice 2 : Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$f(x) = x^3 - 2x + 1$	....
$f(x) = \cos(2x) - \sin(x)$	....
$f(x) = \dfrac{2x+1}{x^2-2}$	....
$f(x) = \sqrt{2x+1} - sin^3(x)$	....
$f(x) = x^2\tan(x)$	....

Exercice 3 : Soit $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1$

1- Compléter le tableau des variations de f

2- Les extrémums de f sont : ....

....

3- Le point $A(\dots\,;\ \dots)$ est un point d'inflexion de $\mathcal{C}_f$

x	
f'	
f	

Exercice 4 :

Soit $f(x) = x^{20}$. Calculer toutes les dérivées successives de f

....

Même question pour $g(x) = x^{-20}$

....

Exercice 5 : Montrer que : $\forall x \geq 0.\ x - \frac{x^3}{6} \leq \sin(x)$

....

....

....

....

EVALUATION DIAGNOSTIQUE

Suites numériques

Exercice 1 : Soit $u_0 = 2$. et $u_{n+1} = \sqrt{1+u_n}$

- $u_2 =$......................
- Montrer que $\forall n \in IN.\ 1 < u_n \leq 2$

  ....

  ....

  ....

- Monotonie de (u_n) : ....

  ....

  ....

  ....

Exercice 2 : Compléter le tableau suivant :

Suite	Nature	Terme général u_n	$S_n = \sum_{k=1}^{k=n} u_k$
$u_0 = 2$ et $u_{n+1} = -3u_n$	....	....	....
$u_0 = 2$ et $u_{n+1} = -3 + u_n$	....	....	....

Exercice 3 : Soit $u_0 = 2$ et $u_{n+2} = 3u_{n+1} - u_n$.

- La suite de terme $w_n = u_{n+1} - u_n$ est géométrique de raison $q =$......................................
- Le terme général est : $u_n =$..

Exercice 4 : Soit $S_n = \sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{k(k+1)}$

- ✓ $S_1 =$.. et $S_2 =$..
- ✓ $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{\dots\dots}{k} + \frac{\dots\dots}{k+1}$
- ✓ $S_n =$..

Exercice 5 :

- f est une fonction telle que $\forall x \in IR. f(x) < x$. Soit $u_0 \in IR$ et $u_{n+1} = f(u_n)$

  Montrer que (u_n) est strictement décroissante : ....

  ....

- f est une fonction croissante sur IR. Soit $u_0 < u_1$ et $u_{n+1} = f(u_n)$

  Montrer que (u_n) est croissante : ....

  ....

  ....