Limites et Continuité

wahamath

Prof Br-Rachid Mathématique Cycle secondaire — Enseignement & Formation & Encadrement Pédagogique

Sujet 1 :

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2+x-12=0$. En déduire la factorisation du trinome x^2+x-12
2. Soit : $f(x)=\dfrac{x^2+x-12}{x-3}$. Calculer $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$. En deduire les limites de la fonction $g(x)=\dfrac{x^2+x-12}{|x-3|}$ en 3

Sujet 2 :

1. Calculer $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x}$ et $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{x+1}-1}$. En deduire $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ avec $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{\sqrt{x+1}-1}$
2. Calculer $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{\sin 4x}$ et $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan 2x}{\sqrt{x+1}-1}$

Sujet 3 :

Soit $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2-x-2}{x-2} & si \quad x<2 \\ f(x)=\dfrac{x-2}{\sqrt{x-2}} & si \quad x>2 \end{cases}$. Calculer les limites de f en 2 a droite et a gauche. f a-elle une limite en 2 ?

Sujet 4 :

1. Soit $\begin{cases} f(x)=\dfrac{2}{x^2}(1-cosx) \quad si \quad x<0 \quad et \quad f(x)=\sqrt{x}\sqrt{1+\dfrac{1}{x}} \quad si \quad x>0 \quad et \quad f(0)=1 \end{cases}$. f admet-elle une limite en 0 ?
2. Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{f(x)}{x}$
3. Montrer que : $\forall\, x<0.\quad 0\le f(x)\le\dfrac{4}{x^2}$. En deduire $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{f(x)}{x}$

Limites et Continuité

wahamath

Sujet 1 : Soit la fonction $f(x)=\dfrac{1-x}{1-\sqrt{x+1}}$ définie sur $D=[-1,0[\cup]0,+\infty[$

1. Montrer que $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)=f(-1)$
2. Montrer que : $\forall x\in D:\quad f(x)=\left(1-\dfrac{1}{x}\right)(1+\sqrt{x+1})$. En déduire les limites de f en 0 à droite et à gauche
3. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

Sujet 2 : Soit $f(x)=x-1-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$

1. Déterminer D_f , le domaine de définition de f
2. Montrer que $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=f(0)$
3. Calculer les limites de f en 1
4. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x$

Sujet 3 : Soit $g(x)=\dfrac{\sin(\pi x)}{x-1}$. Calculer $\lim\limits_{x\to1} g(x)$ (Prendre $X=x-1$)

Limites et Continuité

wahamath Education ONLINE

Enseignement & Formation & Encadrement Pédagogique & Prof Br-Rachid Mathématique Cycle secondaire

Sujet 1 : Soit : $f(x)=\dfrac{x^2+x-12}{x-3}$ pour tout $x\neq 3$ et $f(3)=7$

1. Calculer $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x+4)$

2. Montrer que f est continue en 3

Sujet 2 : Soit : $\begin{cases} g(x)=\dfrac{x^2+2x}{\sqrt{x+1}-1} & si \quad x\geq -1 \quad et \quad x\neq 0 \\ g(0)=m \end{cases}$

1. Calculer $g(-1)$ puis montrer que : $g(x)=(x+2)(\sqrt{x+1}+1)$ pour tout $x\geq -1 \quad et \quad x\neq 0$

2. Calculer la valeur de m pour que g soit continue en 0

3. Montrer que g est continue en -1 à droite

4. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{g(x)}{x}$

Sujet 3 : Soit : $\begin{cases} h(x)=ax+2 & si \quad x\geq 1 \\ h(x)=\dfrac{x-x^3}{x-1} & si \quad x<1 \end{cases}$ avec a un nombre réel strictement négatif

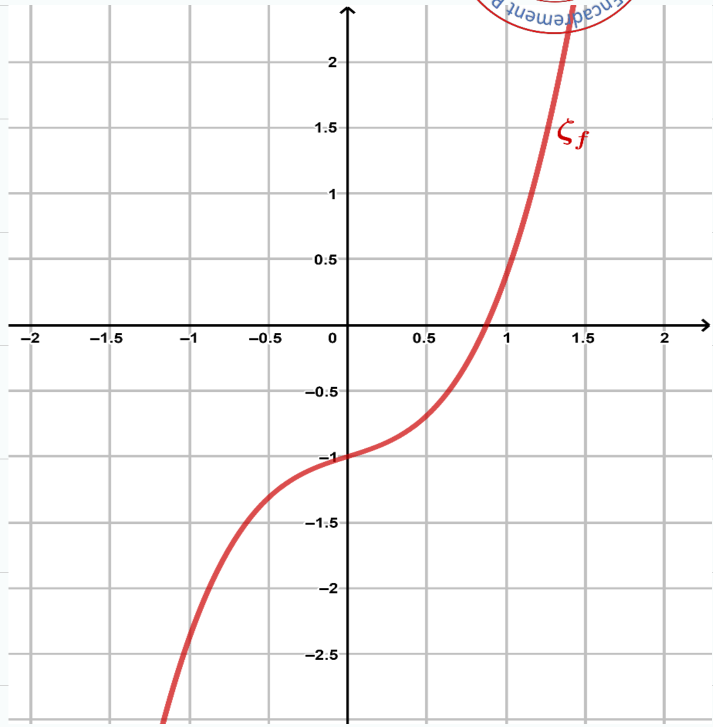
1. Calculer $h(1)$ en fonction de a puis calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$

2. Calculer $\lim\limits_{x\to 1^-} h(x)$ puis calculer $\lim\limits_{x\to 1^+} h(x)$ en fonction de a . Déduire la valeur de a pour laquelle h est continue en 1

Limites et Continuité

Sujet 1 :

La courbe de la fonction $f(x)=x^3+\frac{3}{8}x-1$ est représemtée dans le schéma



1. Calculer $f(0)$ et $f(1)$ puis calculer $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x)$
2. Calculer $f'(x)$ et poser le tableau des variations de f
3. Déterminer les images par f des intervalles $[0,1]$ et $]-\infty,+\infty[$

   a- Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution c appartenant à $[0,1]$

   b- Justifier pourquoi la solution c est unique

   c- Déetermimer le signe de f sur IR

Sujet 2 :

On considère la fonction $f(x)=-2x+cosx$

1. Montrer que $-2x-1 < f(x) < -2x+1$. En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$
2. Calculer $f'(x)$ et montrerque f est strictement décroissante sur IR .
3. a- Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution α unique et appartenant à $[0,\pi]$

   b- Déetermimer le signe de f sur IR

Limites et Continuité

Sujet 1 : On donne le tableau des variations d'une fonction continue f sur $]-\infty,1[\cup]1,+\infty[$

x	$-\infty$		1		4		5		$+\infty$
f		$\nearrow$	2 ‖ $+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$
	$-\infty$		‖		-6				

1. Calculer $f(4)$ et $f(5)$ puis déterminer les limites de f aux bornes du domaine de définition de f
2. Calculer les images par f des intervalles $]-\infty,1[$ et $]1,4]$ et $[4,5]$ et $]4,+\infty[$
3. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet exactement trois solutions dans $]-\infty,1[\cup]1,+\infty[$
4. Quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x)=10$

Sujet 2 : Soit : $f(x)=x^3+x-1$

1. Montrer que f est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$ et poser son tableau des variations
2. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique c dans $\mathbb{R}$ et vérifier que $0<c<1$
3. Déterminer le signe de f

Sujet 3 : Montrer que l'équation $1+x^2=\dfrac{1}{x}$ admet une solution α appartenant à l'intervalle $\left[\dfrac{1}{2},1\right]$. Est-elle unique ?

Limites et Continuité

wahamath

Prof Br-Rachid Mathématique Cycle secondaire

Enseignement & Formation & Encadrement Pédagogique

Sujet 1 :

1. Soit : $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-6x-1$. Calculer les limites de f aux bornes du son domaine de définition
2. Résoudre $f'(x)=0$ puis poser le tableau des variations de f
3. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet exactement trois solution a et b et c telles que : $a<-2<b<3<c$

Sujet 2 : Soit f la fonction définie par : $f(x)=\frac{1}{x}-2\sqrt{x+1}$

1. Déterminer D_f puis calculer les limites de f aux bornes de D_f
2. Montrer que f est strictement décroissante sur $[-1,0[$ et sur $]0,+\infty[$ et poser son tableau des variations
3. a- Montrer que l'équation $\frac{1}{x}=2\sqrt{x+1}$ admet une solution unique β appartenant à l'intervalle $\left[\frac{1}{2},1\right]$

   b- Montrer que $4\beta^3+4\beta^2-1=0$
4. Déterminer le signe de f sur D_f

Sujet 3 : Soit $f:[0,1]\rightarrow[0,1]$ une fonction continue.

1. a- On pose $g(x)=f(x)-x$ pour tout $x\in[0,1]$. Montrer que $g(0)g(1)\leq 0$

   b- En déduire que l'équation $f(x)=x$ admet une solution dans $[0,1]$
2. Montrer que l'équation $f(x)=x^3$ admet une solution dans $[0,1]$

Limites et Continuité

wahamath

Sujet 1 : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $f(x)=x\sqrt{x}+x^3+x-\frac{1}{4}$

1. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x}$
2. Montrer que : $\forall\, x>0.\quad f'(x)=\frac{3}{2}\sqrt{x}+3x^2+1$. En déduire la monotonie de f sur $\mathbb{R}^+$
3. Montrer qu'il existe un unique nombre c dans $\left]0,\frac{1}{4}\right[$ tel que $f(c)=0$. En déduire le signe de f sur $\mathbb{R}^+$
4. Résoudre dans $\mathbb{R}^+$, et en fonction de c , l'inéquation : $x^3+x \le \frac{1}{4}-x\sqrt{x}$

Sujet 2 : Soit g la fonction définie sur l'intervalle $I=[1,+\infty[$ par : $g(x)=\frac{x-1}{x+1}$

1. Calculer la dérivée de g puis poser le tableau des variations de g sur I
2. a- Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur l'intervalle $J=[0,1[$

   b- Déterminer l'expression de $g^{-1}(x)$ pour tout $x\in J$

Sujet 3 : Soit h la fonction définie sur l'intervalle $I=]1,+\infty[$ par : $h(x)=x^2-2x$

1. Poser le tableau des variations de h
2. Montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer
3. Déterminer l'expression de $h^{-1}(x)$ pour tout $x\in J$